数　学　振　興　会

夏期セミナー

第　Ⅲ　集

多様体と位相幾何学

1958年7月

於　赤　倉

序　　　言

小松　醇郎・松島　与三

谷口工業奨励会の寄付によってできた数学振興会の才3回夏期セミナーが，昭和33年7月25日から30日まで，東洋紡赤倉寮で開かれた．これはその報告書である．

今回のセミナーの企画は秋月康夫教授でその主題は“多様体と位相幾何学”とされた．而して実際運営に当ったのは小松醇郎，松島与三であった．

代数幾何学や微分幾何学と位相幾何学とは相互に依存する所多く，益々その提携を強める必要にある情勢の今日，この企画は適切なものであった．他分科の理解というのはそう容易ではないが，この一週間のセミナーで大いに成果が得られたと思う．

今回は主題に沿って，*A. Borel and F. Hirzebruch* の“*Characteristic Classes and Homogeneous Spaces*”を協同して読むことを一つの目的として，毎日午前二時間強をこれにあてた．この報告集の前半は，その各人による各項目の解説である．午后は，講演者自らの結果を述べ，または新しい結果の紹介であった．　例年に従って，以上のセミナリーの話を整理して報告書としたのが本冊子である．これによって参加者以外の方々にも，この方面の情勢を知っていただき，わが国の数学界のため幾分の寄与をすることができれば幸と思う．

谷口工業奨励会，殊に谷口豊三郎氏，東洋紡赤倉寮の方々，並びに数学振興会弥永昌吉，秋月康夫両教授に大変御世話になった．山紫水明，うぐいすと郭公がなく清涼の地に同好十七人共に楽しく数学を学ぶことができたのは，ひとえにこれらの方々の御蔭であった，厚く感謝の意を表する．

参加者	荒木捷朗	伊勢幹夫	毛内英樹	倉西正武
	小松醇郎	斉藤喜宥	佐々木重夫	静間良次
	島田信夫	杉浦光夫	鈴木治夫	瀧沢精二
	田中　昇	田村一郎	戸田　宏	中野茂男
	長野　正			

多様体と位相幾何学

目　次

V Cartan 接続の Formulation

滝沢精二

接続を論ずるには色々な流儀があるが，ここでは algebraic topology でよく用いられる形式を借りて，その基礎的概念を翻訳しよう。微分幾何特有のたち入った議論にはふれない．

$\xi=(P, X, G)$ を differentiable principal bundle とし，$\mathfrak{g}$ を G の Lie 環とする．ξ の projection $\pi: P\to X$，right translation $R_g: P\to P$，$g\in G$ が tangent vector bundles 上に引き起す maps をもやはり同じ記号 $\pi: T(P)\to T(X)$，$R_g: T(P)\to T(P)$ で表わす．

G が right translations として $T(P)$ 上に作用するとみて $Q(X)=T(P)/G$ をとれば，$Q(X)$ は X 上の differentiable vector bundle となる．ξ が principal bundle だから，その bundle along the fibres $A(P)=\{t\in T(P);\ \pi t=0\}$ は trivial: $A(P)\approx P\times\mathfrak{g}$ であって，$L(X)=A(P)/G$ は ξ の associated bundle $(L, X, \mathfrak{g}, ad(G))$ となる．ここに ad は G の adjoint representation を表わす．

結局，bundle ξ に対して X 上の differentiable vector bundles の exact sequence.

$$\mathfrak{S}(\xi):\ 0\to L(X)\xrightarrow{\Delta} Q(X)\xrightarrow{\pi} T(X)\to 0$$

が定まる．

$GL(V)$ を実ベクトル空間 V 上の general linear group とし，ξ の structural group G の representation $r: G\to GL(V)$ が与えられたとする．ξ の total space P 上の V-valued k-form $\varphi: \Lambda^k T(P)\to V$ が性質

$$\varphi\circ R_g=r(g^{-1})\circ\varphi,\quad g\in G$$

をもつとき，φ を type (r, V) の <u>semi-tensorial k-form</u> といい，かような forms 全体を $\mathfrak{F}^k(\xi, r, V)$ とする．更に