Connections and Characteristic Classes.

滝 沢 精 二

Introduction

Differentiable manifold M が compact, connected, orientable であるとき, M には singular points が有限箇しかないような tangent vector field が存在して, その singularity の index の和がいつも Euler-Poincaré number に等しいことは, Hopf の定理として古くから知られていた。Stiefel, Whitney は1935年これを k-frame (独立な k 箇の vectors の ordered set) field の場合に拡張して characteristic classes の思想を導入した。このとき得られたものは Stiefel-Whitney classes と呼ばれている。Euler-Poincaré number もこれを cohomology class と見なして Euler-Poincaré class という。これらの classes は cross-section の obstruction を表わすものとして得られた。

一方 Pontrjagin は1942年全く別の立場から考察した。それは, M が Euclid 空間 R^N に imbed されているものとし, M の各点に対してその点の接平面を対応させて map

$$f: M \longrightarrow M_0 \quad (\text{Grassmann manifold})$$

をつくる; M_0 の cohomology classes の f による dual image を考え, これを charcteristic classes と定義した。このとき現われた基本的な classes は Pontrjagin classes と呼ばれている。Stiefel-Whitney classes はこのような方法でも導くことが出来る。